# Potenzen

$a^n$ a Basis n Exponent

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$ die 10 wird drei mal mit sich selbst multipliziert

was bedeutet dann aber $10^{-3}$ ? $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

Sehr große und sehr kleine Zahlen

| | |
|---|---|
| Lichtgeschwindigkeit | $300000 \frac{km}{s} = 300000000 \frac{m}{s} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ |
| Entfernung Erde Mond | $384000\, km = 3{,}844 \cdot 10^5\, km$ |
| Entfernung Erde Sonne | $149600000\, km = 1{,}495 \cdot 10^8\, km$ |
| Masse eine Kreuzfahrtschiffes | $180000000\, kg = 180 \cdot 10^6\, kg$ |
| Masse der Erde | $5{,}97 \cdot 10^{24}\, kg$ |
| Masse eines Haares | $0{,}1\, mg = 0{,}0001\, g = 0{,}0000001\, kg = 0{,}1 \cdot 10^{-6}\, kg$ |
| Masse eines Protons | $1{,}672 \cdot 10^{-27}\, kg$ |
| Masse eines Elektrons | $1{,}602 \cdot 10^{-31}\, kg$ |

Besonders hilfreich sind Potenzen wenn in einer Aufgabe sehr große und sehr kleine Zahlen gemeinsam vorkommen.

Ein Beispiel aus der Elektrizitätslehre:

$$t = 470\, k\, \Omega \cdot 1{,}2\, \mu\, F = 470000 \cdot \frac{V}{A} \cdot 0{,}0000012 \frac{As}{V} = 4{,}7 \cdot 10^5 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}\, s = 5{,}64 \cdot 10^{?}\, s$$

wir müssen also heraus bekommen was $10^5 \cdot 10^{-6}$ ist. Antwort: $10^{-1}$

## Rechenregeln

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Beispiel: $10^3 \cdot 10^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Was ergibt $a^0$ ? $a^0$ ist immer 1 ganz egal was a ist.

Beweis $\frac{a^4}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a \cdot a = a^2$ $\frac{a^4}{a^4} = a^0$ Wenn in einem Bruch im Zähler das Gleiche wie im Nenner steht dann ist der Wert 1

## Jede Wurzel lässt sich als Potenz schreiben. Und umgekehrt.

$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a^1} = a^{\frac{1}{2}}$ man sucht die Zahl die mit sich selbst multipliziert a ergibt $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^1 = a$

Weitere Beispiele

$\sqrt[3]{8} = 2$ $\sqrt[5]{32} = 2$ $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$ $\sqrt[3]{a^5} = a^{\frac{5}{3}}$ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ $\sqrt[3]{0{,}001} = \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = 10$

$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$ $4^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$ $0{,}49^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}49}} = \frac{1}{0{,}7}$

## Wichtige Zusammenhänge

Wenn eine Potenz vom Zähler in den Nenner (und umgekehrt) gebracht wird ändert sich das Vorzeichen des Exponenten. Man kann jeden Bruch mit Potenzen so umformen, dass die Potenzen positive Exponenten haben. Man kann auch erreichen das die Potenzen nicht mehr im Bruch erscheinen.

$$\frac{2\cdot 10^3}{3\cdot 10^{-5}}=\frac{2\cdot 10^3\cdot 10^5}{3}=\frac{2\cdot 10^8}{3}=\frac{2}{3}\cdot 10^8 \qquad \frac{3\cdot 10^{-2}}{4\cdot 10^3}=\frac{3}{4\cdot 10^3\cdot 10^2}=\frac{3}{4\cdot 10^5}=\frac{3}{4}\cdot 10^{-5}$$

Wir vereinfachen ein umfangreiches Beispiel

$$\frac{2^2\cdot x^{-3}\cdot y^2}{2^{-4}\cdot x^2\cdot y^5}=\frac{2^2\cdot 2^4\cdot y^2}{x^3\cdot x^2\cdot y^5}=\frac{2^6\cdot y^2}{x^5\cdot y^5}=\frac{2^6}{x^5\cdot y^3}=\frac{64}{x^5\cdot y^3}=64\cdot x^{-5}\cdot y^{-3}$$

Übungen dazu auf Seite 79 Nr. 1; 2; 3

## Potenzen und der Taschenrechner

$$\frac{3{,}7\cdot 10^{-4}\cdot 2{,}3\cdot 10^5\cdot 3\cdot 10^{-12}}{2{,}5\cdot 10^7\cdot 9\cdot 10^{-6}}$$ wer das so in den Taschenrechner eintippt kann viele Fehler machen

besser ist $$\frac{3{,}7\cdot 2{,}3\cdot 3\cdot 10^{-11}}{2{,}5\cdot 9\cdot 10^1}=1{,}13\cdot 10^{-12}$$ Die Zahlen weden mit dem Taschenrechner berechnet. Der Rest ohne.

## Exponenten ändern und Komma verschieben

$43{,}17 \cdot 10^2 = 4{,}317 \cdot 10^3$ $10^3$ ist 10 mal größer als $10^2$; dann muss die Zahl 10 mal kleiner werden.
$43{,}17 \cdot 10^{-2} = 431{,}7 \cdot 10^{-3}$ $10^{-3}$ ist 10 mal kleiner als $10^{-2}$; dann muss die Zahl 10 mal größer werden.

In der Physik werden Zahlen mit Potenzen oft so dargestellt, dass die Zahl eine Stelle vor dem Komma hat.

$35{,}64 \cdot 10^4 = 3{,}564 \cdot 10^5$ $73{,}29 \cdot 10^{-5} = 7{,}329 \cdot 10^{-4}$

Bei einer anderen Schreibweise soll erreicht werden, dass der Exponent ein Vielfaches von 3 ist.
Also 3; 6 oder -3; -6. Begründung: die Dreierschritte haben einen Namen; kilo, mega, milli; mikro ...

$35{,}64 \cdot 10^4 = 356{,}4 \cdot 10^3$ $73{,}29 \cdot 10^{-5} = 0{,}7329 \cdot 10^{-3}$

Aufgabensammlung:

S. 78 Nr. 3a) c) f) g) k) l) m) Nr. 4 a) d) e) n)

S. 79 Nr. 5a) e) Nr. 6a) b) c)

S. 79 Nr. 1a) d) n) Nr. 2a) b) h) j) k) Nr. 3a) b)

S.80 Nr. 7a) d) m Nr. 8a) d)