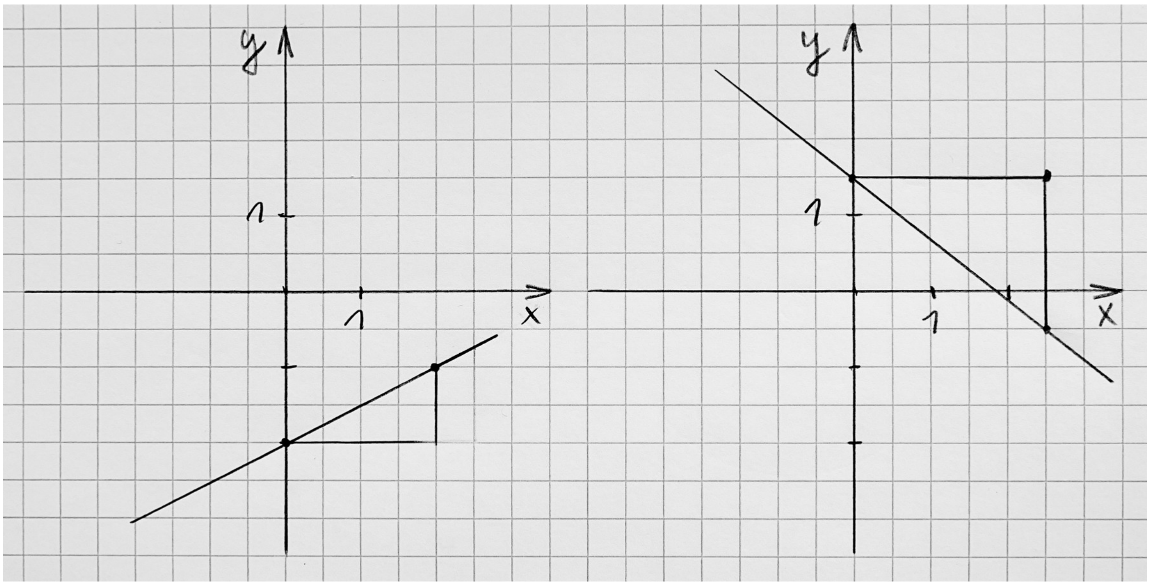
Lineare Funktionen



$y=\frac{1}{2}x-2$ $\qquad\qquad$ $y=-\frac{4}{5}x+1{,}5$

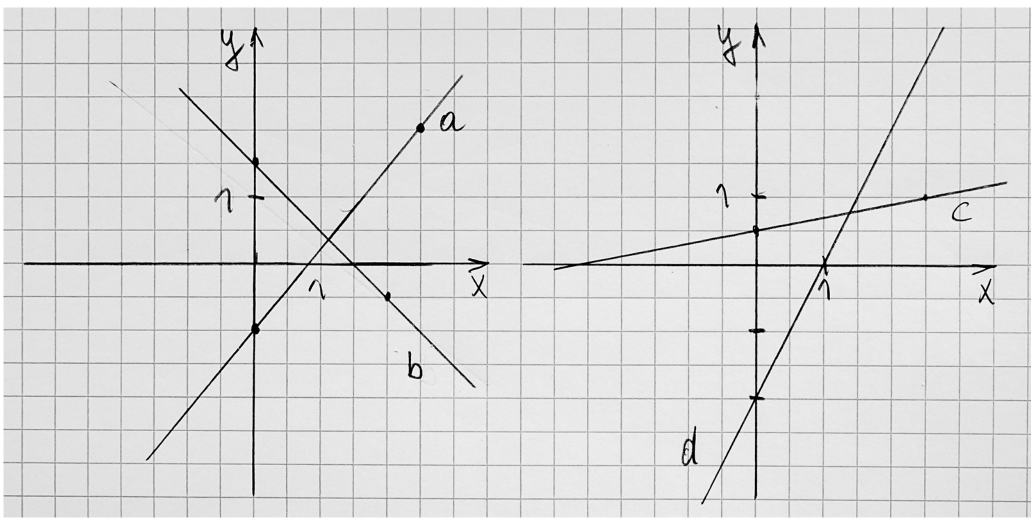
Start bei -2. 2 nach rechts 1 nach oben. Start bei 1,5. 5 nach rechts 4 nach unten.

Wie kann man sich das merken? Die Steigung $\frac{1}{2}$ ist kleiner als 1. Deshalb darf es weniger nach oben als nach rechts gehen.
Man könnte auch statt 2 cm und 1 cm 2 Kästchen und 1 Kästchen nehmen. Wo man das Steigungsdreick einzeichnet ist egal. Man muss sich aber immer zwei Kreuzungspunkte der Linien suchen.
Um die Zahl (y-Achsenabschnitt) hinter dem x zu bestimmen sucht man den Punkt an dem der Graf die y-Achse schneidet.

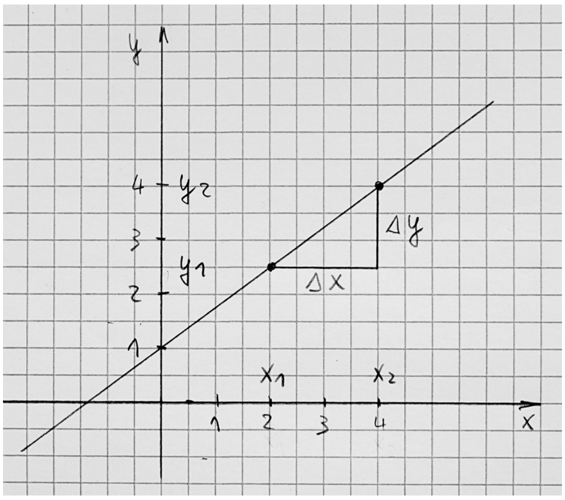
Übung 1. Graf zeichnen.

a) $y=\frac{1}{3}+1$ b) $y=-\frac{1}{3}+2{,}5$ c) $y=x$ d) $y=1{,}5=0x+1{,}5$

Übung 2. Funktionsgleichung ablesen.



Aus zwei Punkten die Funktionsgleichung berechnen.



y = mx +b

m ist die Steigung
b ist der y-Achsenabschnitt,
der Punkt an dem der Graf die y-Achse schneidet.

Der griechische Buchstabe Delta Δ steht für eine Differenz.

Gegeben sind die Punkte $P(2|2{,}5)$ *und* $Q(4|4)$

Wir können ohne zu zeichnen die Funktionsgleichung berechnen.

1. Schritt. Die Steigung m berechnen.

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2{,}5}{4-2}=\frac{1{,}5}{2}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

wenn man statt $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ rechnet kommt das Gleiche heraus

2. Schritt b berechnen.

$y=mx+b$ b ist jetzt gesucht Wir nehmen einen der beiden Punkte und setzen x und y ein.
Für den Punkt P gilt: x = 2 und y = 2,5

$$2{,}5=m\cdot 2+b$$
$$2{,}5=0{,}75\cdot 2+b$$
$$2{,}5=1{,}5+b$$
$$b=2{,}5-1{,}5=1$$

Damit haben wir die Funktionsgleichung $y=0{,}75\,x+1=\frac{3}{4}\,x+1$ berechnet.

Das stimmt mit der Zeichnung überein.

Wozu braucht man das Ganze?

Ein Beispiel. Mit einem Temperaturfühler und einem Mikrocontroller soll die Temperatur gemessen werden. Der Mikrocontroller liefet nicht die Temperatur sondern eine Zahl (von 0 bis 1024) die zur Temperatur proportional ist.

Mit einem Computerprogramm wird aus der Zahl eine Temperatur berechnet. Dazu braucht man eine Gleichung die den Zusammenhang zwischen Zahl (x) und Temperatur (y) darstellt.

y = m · x + b Temperatur = m · Zahl + b

Wenn man m und b kennt kann man die Temperatur mit Hilfe der Zahl berechnen.

Temperaturfühler → Widerstandswert → Spannung → Analog digital Wandler → Zahlenwert

Aus dem Zahlenwert den der AD-Wandler liefert muss dann noch die Temperatur berechnet werden.

Schnittpunkte

Schnittpunkt mit der y-Achse

Für den Schnittpunkt mit der y-Achse muss gelten: x gleich 0

$y=2x-3=2\cdot 0-3=-3$ Schnittpunkt: $S(0|-3)$

Schnittpunkt mit der x-Achse

Für den Schnittpunkt mit der x-Achse muss gelten: y gleich 0

$$y=2x-3$$
$$0=2x-3 \quad |+3$$
$$2x=3 \quad | \ :2$$

$x=\frac{3}{2}=1{,}5$ Schnittpunkt: $S(\frac{3}{2}|0)$ $S(1{,}5|0)$

Schnittpunkt von zwei Geraden

$y_1 = 0{,}5\,x + 1$ $y_2 = 2{,}5\,x - 3$ für den Schnittpunkt muss gelten: $y_1 = y_2$

$$0{,}5x+1=2{,}5x-3$$
$$-2x=-4$$
$$x=2$$

Schnittpunkt: S(2|2)

$y=0{,}5\cdot 2+1=2$

Liegt ein Punkt auf der Geraden

Beispiel: Liegen die Punkte P(4|5) und Q(8|12) auf der Geraden y = 2x - 3

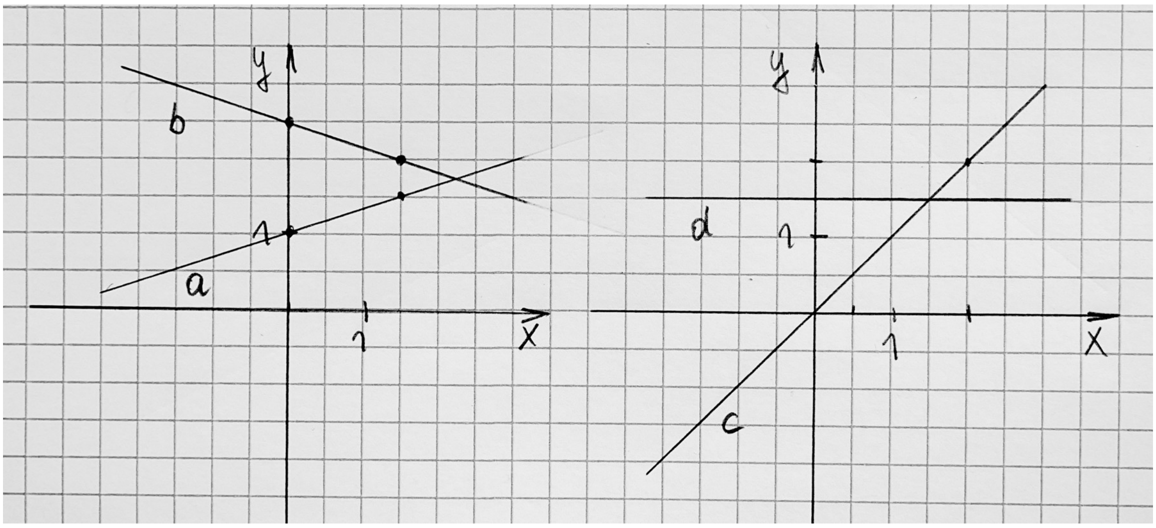
4 für x einsetzen und y ausrechnen $y=2x-3=2\cdot 4-3=5$ P liegt drauf

8 für x einsetzen und y ausrechnen $y=2x-3=2\cdot 8-3=13$ Q liegt nicht drauf

Aufgabensammlung S. 56 Nr. 2a

Lösungen

Übung 1. Graf zeichnen



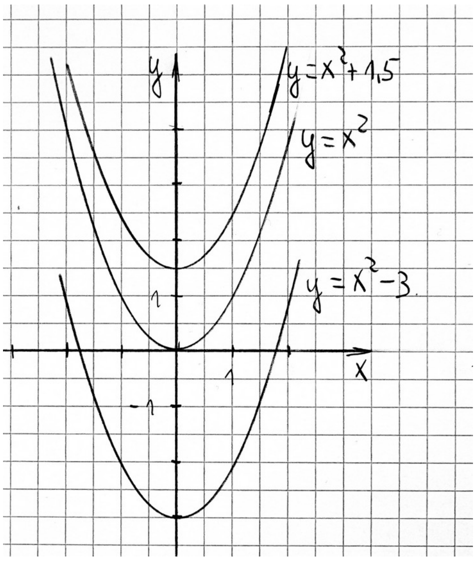
Anmerkung: 4 Kästchen nach rechts und 4 Kästchen nach oben ist besser als eins nach rechts und eins nach oben.

$y=x=\frac{1}{1}x=\frac{4}{4}x$ Das funktioniert auch mir anderen Steigungen $y=\frac{2}{3}x=\frac{4}{6}x$

Übung 2. Funktionsgleichung ablesen

a) $y=\frac{6}{5}x-1{,}5$ b) $y=-x+1{,}5$ c) $y=\frac{1}{5}+0{,}5$ d) $y=2x-2$

Quadratische Funktionen



$y = x^2$ Normalparabel

$y = x^2 + 1{,}5$ 1,5 Einheiten nach oben verschoben

$y = x^2 – 3$ 3 Einheiten nach unten verschoben

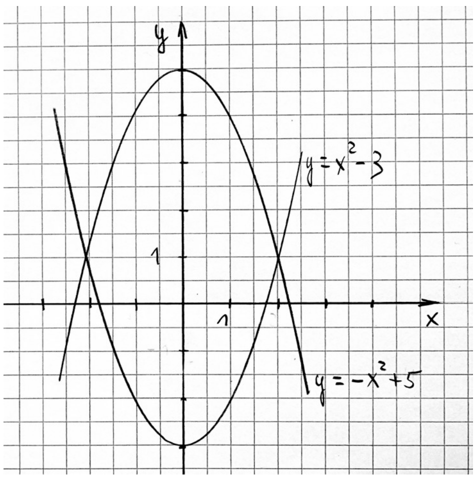
zeichnen ohne Schablone:

1 Einheit nach rechts 2 Einheiten nach oben

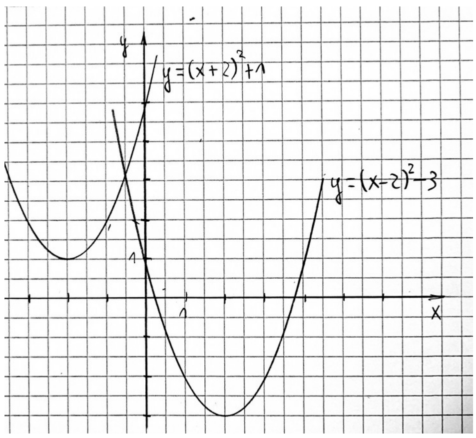
2 Einheiten nach rechts 4 Einheiten nach oben

3 Einheiten nach rechts 9 Einheiten nach oben

0,5 Einheiten nach rechts 0,25 Einheiten nach oben

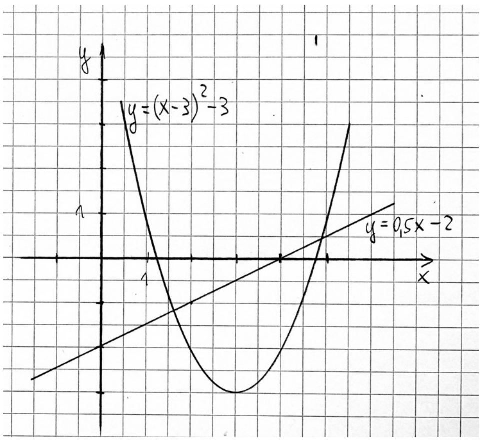


$y = - x^2 + 5$ nach unten geöffnet



$y_1 = (x + 2)^2 + 1$ 2 nach links 1 nach oben

$y_2 = (x – 2)^2 - 3$ 2 nach rechts 3 nach unten



Parabel und Gerade

Schnittpunkte

$y_p=(x-3)^2-3 \qquad y_g=0{,}5x-2$
$x^2-6x+9-3=0{,}5x-2$
$x^2-6{,}5x+8=0$
$x_{1/2}=3{,}25\pm\sqrt{10{,}56-8}$
$x_1=3{,}25+1{,}6=4{,}85$
$x_2=3{,}25-1-6=1{,}65$
Einsetzen von x_1 und x_2 in y_g liefert: $y_1=0{,}425 \quad y_2=-1{,}175$

Die Schnittpunkte liegen bei:

$S_1(4{,}8|0{,}43)$ und $S_2(1{,}7|1{,}2)$

Schnittpunkte: Parabel und Parabel

1.

$y_1=x^2 \qquad y_2=x^2-3$
$x^2=x^2-3$
$0=-3$ keine Schnittpunkte

2.

$y_1=x^2+2 \qquad y_2=-x^2-1$
$x^2+2=-x^2-1$
$2x^2=-3$
$x^2=-1{,}5$
$x=\sqrt{-1{,}5}$ keine Schnittpunkte

3.

$y_1=x^2+1 \qquad y_2=-x^2+1$
$x^2+1=-x^2+1$
$2x^2=0$
$x_1=0$
$x_2=0$ ein Berührungspunkt

4.

$y_1=x^2-3 \qquad y_2=-x^2+5$
$x^2-3=-x^2+5$
$2x^2=8$
$x^2=4$
$x_1=2$
$x_2=-2$ zwei Schnittpunkte

5.

$y_1=(x+2)^2+1 \qquad y_2=(x-2)^2-3$
$x^2+4x+4+1=x^2-4x+4-3$
$4x+5=-4x+1$
$8x=-4$
$x=-0{,}5$ ein Schnittpunkt

Vergleiche mit den Diagrammen auf der vorigen Seite.

Schnittpunkt mit der y-Achse

Für den Schnittpunkt mit der y-Achse muss gelten: x = 0. Man braucht nur x einsetzen und erhält y.

Schnittpunkte mit der x-Achse

Für die Schnittpunkte von Parabeln mit der x-Achse muss gelten: y = 0. Um den Schnittpunkt zu berechnen wird die Gleichung nach x aufgelöst.

Vergleiche mit den Diagrammen.